جامعـــة البـــعث
كليـــة العـــلوم
قســـم الرياضيات

سلم تصحيح جبر خطي(1)
الدورة الفصلية الثانية
للعام الدراسي 2015 / 2016

السؤال الأول: (15+ 25+10=50 درجة)

(I). تعريف المصفوفة المتناظرة عكسياً (5 درجات)

عناصر القطر الرئيسي في المصفوفة المتناظرة عكسياً أصفار + برهان ذلك (5 درجات)

المثال (مصفوفة متناظرة عكسياً من المرتبة الرابعة) (5 درجات)

(II). تعريف المصفوفة القابلة للقلب (5 درجات)

(1). البرهان على أن $\left|A^{-1}\right| = \frac{1}{|A|}$ (5 درجات)

(2). $\left|2C^{-1}\right| = -64 \Rightarrow 2^5\left|C^{-1}\right| = -64 \Rightarrow \left|C^{-1}\right| = \frac{-64}{32} = -2 \Rightarrow |C| = -\frac{1}{2}$ (5 درجات)

إيجاد أن $\left|2C^2\right| = 2^5(|C|)^2 = 8$ (5 درجات)

إيجاد أن $\left|C^{-3}\right| = (\left|C^{-1}\right|)^3 = -8$ (5 درجات)

(III). تحديد إشارة الجداء $a_{31}\,.\,a_{55}\,.\,a_{13}\,.\,a_{42}\,.\,a_{24}$ بأنها موجبة (10 درجات)

السؤال الثاني: (10+15+25=50 درجة)

(I). لا يمكن أن تكون العلاقة $2v+3u=0$ صحيحة من أجل الشعاعين المستقلين خطياً u , v لأنها لو كانت صحيحة لاستنتجنا منها أن الشعاعين u , v متناسبان، أي أنهما مرتبطان خطياً (10 درجات)

(II). الجملة A_1 ليست قاعدة لفضاء كل كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 3 لأن عدد أشعتها أقل من قياس هذا الفضاء والذي يساوي 4 (5 درجات)

الجملة A_2 ليست قاعدة لفضاء كل كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 3 لأن أشعتها مرتبطة خطيا (مطلوب إثبات ذلك) (10 درجات)

(III). إن المجموعة $W_1=\{A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} ; a=0\}$ فضاء جزئي في الفضاء الشعاعي $M_2(R)$ لأن:

$$1).\ \forall A_1=\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}, A_2=\begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \in W_1 ;\ a_1=0, a_2=0 \ \Rightarrow A_1+A_2=\begin{bmatrix} a_1+a_2 & b_1+b_2 \\ c_1+c_2 & d_1+d_2 \end{bmatrix} \in W_1$$

وذلك لأن $a_1+a_2=0$. (10 درجات)

$$2).\ \forall \alpha \in R\ ,\ \forall A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in W_1 ;\ a=0 \ \Rightarrow \alpha A=\begin{bmatrix} \alpha a & \alpha b \\ \alpha c & \alpha d \end{bmatrix} \in W_1$$

وذلك لأن $\alpha . a = 0$.

أما المجموعتان W_2 , W_3 فليستا فضاءات جزئية في الفضاء الشعاعي $M_2(R)$ ، (مطلوب إثبات عدم تحقق أحد شرطي الفضاء الشعاعي الجزئي من أجل كل من هاتين المجموعتين) (5+5=10 درجات)

إن جملة الأشعة $A_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} , A_2=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} , A_3=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ قاعدة للفضاء الجزئي W_1 (5 درجات)

د. غسان نعمه